НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА

РЕШЕНИЯ - IV ПОДБОРЕН КРЪГ

УЧЕНИЦИ VII - IX КЛАС

Задача 1.

Ректасцензията на спътника е една и съща в двата момента, когато двамата наблюдатели го виждат в зенита. Следователно, той се движи по полярна орбита. За време Δt спътникът изминава дъга от своята орбита с ъглова дължина:

$\Delta l=\delta_1-\delta_2$ *(1)*

Орбиталният период на спътника е:

$T=\Delta t.360^{\circ}/\Delta l$

Ако $T_c=27^{d}.3$ е сидеричният лунен месец, а $r=380\,000\ km$ е разстоянието от Земята до Луната, то съгласно Третия закон на Кеплер:

$r^3/T^2=(R_з+h)^3/T^2$

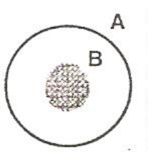
където $R_з=6370\ km$ е радиусът на Земята, а h е височината на спътника над земната повърхност. Оттук и от *(1)* получаваме:

$h=r\{360^{\circ}.\Delta t/[(\delta_1-\delta_2).T_c]\}^{2/3}-R_з$

или $h=390\ km$.

Задача 2.

Блясъкът на затъмнително двойната променлива звезда по време на затъмнение зависи от площта на онази част от видимия диск на главната звезда която не е закрита от спътника.



Централно затъмнение на звездата А от тъмния спътник В

Нека E_{max} и E_{min} са осветеностите, създавани от променливата звезда при максимален и минимален блясък, m_{max} и m_{min} са съответните звездни величини, а R и r са радиусите на главната звезда и тъмния спътник. Отношението между радиусите е: $k=r/R$

$E_{max}/E_{min}=\pi R^2/(\pi R^2-\pi r^2)=\pi R^2/\pi R^2(1-k^2)=1/(1-k^2)$

$k=(1-E_{max}/E_{min})^{1/2}$

Съгласно формулата на Погсон:

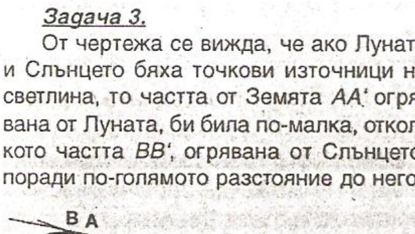
$E_{max}/E_{min}=2.512^{\,mmax-mmin}$

$k=(1-2.512^{\,mmax-mmin})^{1/2}$

$k\sim 0.83$.

Задача 3.

От чертежа се вижда, че ако Луната и Слънцето бяха точкови източници на светлина, то частта от Земята AA' огрявана от Луната, би била по-малка, отколкото частта BB', огрявана от Слънцето, поради по-голямото разстояние до него.



Осветена част от земната повърхност от Луната и от Слънцето

Следователно, Слънцето се намира за по-дълго време над хоризонта за земен наблюдател, отколкото Луната. Ефектът се усилва още повече, ако отчетем факта, че Слънцето е по-голямо от Луната.

Задача 4.

Възможно е. Поради ефекта на Доплер, звездите намиращи се по направлението на движението на Слънчевата система биха изглеждали системно *„по-сини“*, или - условно казано - *„по-горещи“*. Следователно, те биха били системно по-ярки, отколкото онези, които са близо до антиапекса на Слънчевата система.

УЧЕНИЦИ X - XII КЛАС

Задача 1.

Часовникът показва време:

$T=12h-\lambda+\beta-\Delta T$ *(1)*

където ΔT е времето, необходимо на центъра на Слънцето да измине разстояние, равно на видимия си ъглов радиус, или времето от кулминацията на западния край на слънчевия диск до кулминацията на центъра на диска.

$\Delta T=\rho_c/\omega_c$ *(2)*

където ρ_c е видимият ъглов диаметър на Слънцето, а ω_c е ъгловата скорост на видимото му движение. Тъй като наблюдението се извършва на 4 януари, т. е. около момента на преминаването на Земята през перихелия, то:

$\rho_c=R_з/(a-\Delta a/2)=2R_з/(2a-\Delta a)$ *(3)*

Ъгловата скорост на видимото движение на Слънцето е: $\omega_з=2\pi/T_з-\omega'$

където $T_з$ е звездното денонощие, а ω' е ъгловата скорост на преместване на Слънцето по еклиптиката. За да се намери ω', трябва да се пресметне скоростта $\nu_п$ на движение на Земята в перихелия, а $\nu_а$ - в афелия. Нека $a_п=a-\Delta a/2$ е перихелийното разстояние на Земята, а $a_а=a+\Delta a/2$ - афелийното. Според закона за запазване на момента на импулса:

$\nu_п a_п=\nu_а a_а$ *(4)*

Според закона за запазване на енергията $\nu_п^2/2-\gamma M/a_п=\nu_а^2/2-\gamma M/a_а$ *(5)*

Решавайки системата от уравнения *(4)* и *(5)*, получаваме:

$\nu_п=[(\gamma M/a).(2a+\Delta a)/(2a-\Delta a)]^{1/2}$

където g е гравитационната константа, а M - е масата на Слънцето.

Оттук намираме:

$\omega'=\nu_п/a_п=2[(\gamma M/a).(2a+\Delta a)/(2a-\Delta d)^3]^{1/2}$

От *(3)*, *(2)* и *(1)* получаваме:

$T=12^h-\lambda+\beta-2R/(2a-\Delta a)/\{2\pi/T-2[(\gamma M/a).(2a+\Delta a)/(2a-\Delta a)^3]^{1/2}\}$

$T=9^h21^m36^s$.

Задача 2.

За да може кометата да се вижда цяла нощ близо до меридиана на наблюдателя, тя трябва да се движи спрямо звездите с ъгловата скорост на въртене на Земята, или

$\nu_к/R=2\pi/24^h$ *(1)*

където $\nu_к$ е скоростта на кометата спрямо Земята, R е разстоянието до Земята.

Първи случай:

Кометата се намира сравнително близо до Земята ($R<<1AU$).

По принцип, кометите се движат по почти параболични орбити. Скоростите на кръговото и параболичното движение в дадена точка се отнасят помежду си както първа и втора космически скорости: $\nu_к=(2\nu_1)^{1/2}$. Следователно:

$(2)^{1/2}-1\leq\nu_к/\nu_з\leq 2+1$ *(2)*

където $\nu_з=30km/s$ е орбиталната скорост на Земята. Съществува неопределеност на стойността на $\nu_п$, която е свързана с това, че скоростите на кометата и на Земята могат да се намират под различни ъгли, понеже орбитите на кометите имат произволен наклон към еклиптиката. От уравнения *(1)* и *(2)* получаваме, че $R=(0.2$ до $1)x10^6\ km$.

Втори случай:

Кометата е далеч от Земята ($R\geq 1AU$).

Ако наблюденията се провеждат през нощта, то разстоянието от кометата до Слънцето е ~ $(1+R)\ AU$, а нейната скорост относно Слънцето е:

$\nu_к=\nu_з[2/(1+R)]^{1/2}$

Тогава *(2)* придобива следния вид:

$[2/(1+R)]^{1/2}-1\leq\nu_к/\nu_з\leq[2/(1+R)]^{1/2}+1$ *(3)*

Лесно може да се покаже, че уравнение *(1)* и неравенство *(3)* при $R\geq 1AU$ не могат да бъдат изпълнени едновременно. Следователно остава само едно решение.

Задача 3.

Нека M и D са съответно абсолютната звездна величина и линейният размер на един звезден куп, а r е разстоянието до него. Според известната формула, видимата му звездна величина е:

$m=M+5lgd-5$

Имайки предвид, че $D=r.d$, получаваме:

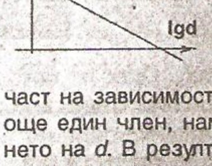
$m=M+5lgD-5lgd-5$

или $m=A-5lgd$ *(1)*

където A е константа.

Графично, зависимостта между m и lgd би изглеждала като права линия.

При наличие на междузвездно поглъщане, блясъкът на куповете ще отслабва допълнително с разстоянието. Нека един светлинен източник създава на разстояние r осветеност E без отчитане на междузвездното поглъщане. Междузвездното поглъщане би довело до намаляване на тази осветеност x пъти. На n пъти по-голямо разстояние намалението на осветеността, създавана от източника, дължащо се на поглъщането, би било x^n пъти. Следователно, когато разстоянието r расте линейно, величината на междузвездното поглъщане расте по степенен закон. Това означава, че в дясната част на зависимостта *(1)* би се добавил още един член, намаляващ с нарастването на d. В резултат на това, наклонът на правата линия, изразяваща зависимостта на m от lgd, би се увеличил.



__*Задача 4.*__

За *1s* Луната изминава по своята орбита около Земята разстояние:

$x_1=(2 \times 3.14 \times 380000\ km)/(27^d.3 \times 24^h \times 3600^s) \sim 1\ km$

На разстояние от Луната, колкото е разстоянието до Земята, лунната сянка изминава от запад на изток път:

$x_2=x_1[150 \times 10^6\ km/(150 \times 10^6 km - 380000\ km)] \sim 1\ km$

Но Земята се върти около оста си от запад на изток и точка от екватора измин-

Движение на лунната сянка по земната повърхност по време на слънчево затъмнение

нава за *1 s* път:

$x_3=(2 \times 3.14 \times 6370\ km)/(24^h \times 3600^s) \sim 0.5\ km$

Следователно, при движението на Земята около оста й, точките от земната повърхност „догонват" лунната сянка в толкова по-голяма степен, колкото по-голяма е тяхната линейна скорост. Така, продължителността на слънчевото затъмнение, наблюдавано от земната повърхност, се увеличава, при това колкото по-близо до екватора, толкова повече. Ето защо в тропическите страни се наблюдават найдългите слънчеви затъмнения.

МЕЖДУНАРОДНА ОЛИМПИАДА

РЕШЕНИЯ - САО, РУСИЯ

ТЕОРЕТИЧЕН КРЪГ

група под 16 години

__*Задача 1.*__

Луната има синодичен период (т.е. период на въртене около Слънцето) от *29.53* дена. Следователно, Слънцето се вижда от всяка точка на лунната повърхност през периоди от около две седмици. Между тези периоди, то ще бъде под лунния хоризонт за около две седмици. За Земята ситуацията е различна - Земята винаги се вижда от тази страна на Луната, която може да се види от Земята, но от другата страна тя никога не се вижда. Това означава, че Земята се вижда по-често на лунното небе. Тя се вижда от видимата страна на Луната, а само Слънцето се вижда от другата й страна.

__*Задача 2.*__

Англия и Нова Зеландия са разположени върху две противоположни точки на Земята. Следователно, траекторията на снаряда ще бъде близка до половината от минималната кръгова орбита на изкуствен спътник на Земята, чиято продължителност е *1h30min* (полетът на Гагарин). Следователно, балистичният полет на пощенския снаряд ще продължи около *45 min*.

__*Задача 3.*__

Като имаме предвид стойността на инклинацията на оста на въртене на Земята $(e=23.5^o)$ можем да видим, че координатите на северния еклиптичен полюс са: ректасцензия *18h* и деклинация 66.5^o.

__*Задача 4.*__

Ако Слънцето не изхвърля маса и не излъчва гравитационни вълни по време на колапса, неговата маса не се променя. Това означава, че орбитата на Земята също не се променя.

__*Задача 5.*__

Диаметърът на Луната е *3 476 km*, а видимият ъглов диаметър на лунният диск е 31^o. Следователно, максималният видим диаметър на Морето на кризите е:

$31^o \times 520 / 3\ 476 = 4.6^o$.

Това е *3-5* пъти повече от границата на ъгловата разделителна способност на невъоръжено око. Наистина, добрият наблюдател може да види Морето на кризите, което е доказано от рисунки на Луната, правени преди изобретяването на телескопа.

__*Задача 6.*__

Ние можем да представим числото *250 милиона* като *2.5 x 100 x 100 x 100*, което е еквивалентно на $1^m + 5^m + 5^m + 5^m + 5^m = 21^m$. Следователно, една звезда има яркост $9^m + 21^m = 30^m$.

група над 16 години

__*Задача 1.*__

По принцип, от лунната повърхност е възможно да се наблюдават всички неатмосферни астрономически явления: комети, изкуствени спътници и слънчеви затъмнения (от Земята). Не могат обаче да се наблюдават полярни сияния, дъги, сребристи облаци и метеори, тъй като те се образуват само в атмосфера.

__*Задача 2.*__

Тъй като всички цефеиди в Магелановите облаци са разположени почти на едно и също разстояние от Земята, тяхната яркост е пропорционална на тяхната светимост. Следователно, астрономите са намерили зависимостта „период - яркост" за цефеиди в Магелановите облаци, което им подсказало съществуването на зависимостта „период-светимост". Всяка друга галактика дава същата възможност както Магелановите облаци, но всички те са далеч от нас и не можем да изследваме цефеидите зад Магелановите облаци.

__*Задача 3.*__

По еклиптиката.

__*Задача 4.*__

$mV^2/R = GmM_o/R^2$,

така че, $V= (GM_o/R)^{1/2}$.

Като имаме пред вид, че

$GM_o = gR_o^2$:

$P=2\pi R/V=2\pi GM_o/V^3=2\pi gR_o^2/V^3 \sim 127 min$.

Тогава:

$1/T = 1/P - 1/P_o$, където $P_o = 24^h$

Така:

$T = P_oP/(P_o - P) \sim 139\ min$.

ПРАКТИЧЕСКИ КРЪГ

__*Задача 1.*__

Маси на компонентите на Капела

Ако масите на компонентите са дадени в слънчеви маси, разстоянието между компонентите в астрономически единици, и периодът в години:

$(M_a+M_b)=A^3/P^2$, $A=a''/\pi''$ и $M_a/M_b=K_b/K_a$,

където a'', K_a и K_b са показани на фигурата.

Орбитите могат да се считат за кръгови. Това е показано чрез централната позиция на кръста и чрез синусовата форма на кривите на радиалните скорости.

Следователно:

$(M_a+M_b) \sim 4\text{-}5M_з$, $M_a/M_b \sim 1.2$

__*Задача 2.*__

Маса на галактика

Фигурите показват, че за точката върху галактичната периферия е валидно:

$m.V_r^2/R_g=G.m.M_g/R_g^2$, $M_g=V_r^2.R_g/G$, $V_r=c.\Delta\lambda_r/\lambda_o.2$, $R_g=d.20''/2.10^5$, $d=V_{rg}/H$ и $V_{rg}=c.\Delta\lambda_2/\lambda_o$.

Линията $H\alpha$ с $\lambda_o=6563A$ е избрана за измервания, тъй като е най-широка и следователно тя определя най-общо масата на галактиката. Знае се, че $M_g \sim 10^{10}M_з$.

Следователно, тя е по-малка от нашата Галактика и по размери и по маса.

НАБЛЮДАТЕЛЕН КРЪГ

__*Задача 1.*__

Слънцето в оптическия диапазон и в радиодиапазона

Пиковете *A, B, C* и *D* от радиоспектъра, получен с помощта на РАТАН-600 се идентифицират с петната и групите петна *A, B, C* и *D* от фотосферата, наблюдавана и нарисувана с помощта на училищен телескоп в деня на наблюдателния кръг.

__*Задача 2.*__

Визуално двойни звезди

Решението на тази задача се осъществява, след като се преценят внимателно разделителната способност на училищния телескоп и наблюдаваните от географската ширина на САО и съответния годишен сезон (есен) двойни звездни системи. След това, те се откриват по небето, разглеждат се визуално и се описват - блясък, цвят, ъглово отстояние.